WebMath

Facit 7

Integraler

Du hittar förklaringar till uppgifterna i de animationer som finns under länken (rubriken) ”Integraler”.

1. a) $F(x) = x^2 + 8x + C$ (C kan anta oändligt många värden.)

   b) $F(x) = \dfrac{x^{n+1}}{n+1} + C$ (C kan anta oändligt många värden.)

2. Under de två åren, från år 5 till år 7, har tallplantan vuxit 40 cm på höjden.

3. Ett sätt är att beräkna integralen mellan punkterna x = a och x = b.

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) + C - (F(a) + C)$$

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) + C - F(a) - C$$

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

4. a) ”Vanlig” geometri:

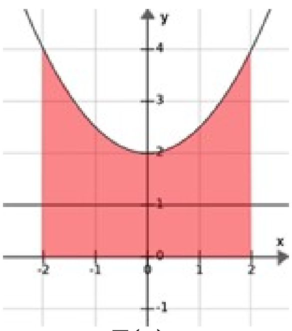
   Arean består av en kvadrat och en triangel. Kvadratens area är 4 cm^2 och triangelns area är också 4 cm^2 , sammanlagt 8 cm^2.

   b) Area med integralberäkning ger:

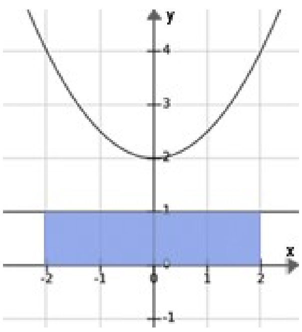
$$\int_1^3 2x dx = \left[x^2\right]_1^3 = 9 - 1 = 8$$

   Med integralberäkning blir också arean 8 cm^2.

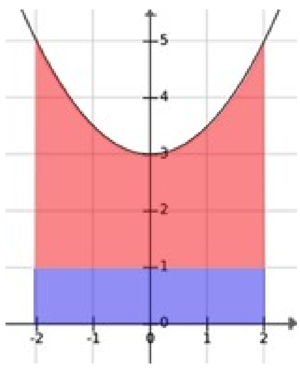
5.



F(x)



G(x)



F(x) + G(x)

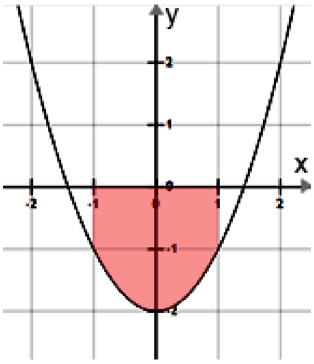
$$\int_{-2}^{2} (\frac{x^2}{2} + 2)dx + \int_{-2}^{2} 1dx = \int_{-2}^{2} (\frac{x^2}{2} + 3)dx$$

$$F(x) + G(x) = \left[\frac{x^3}{6} + 3x\right]_{-2}^{2} = \left(\frac{8}{6} + 6\right) - \left(\frac{-8}{6} - 6\right) = 14\frac{2}{3}$$

Svar: Summan av integralerna är $14\frac{2}{3}$ a.e.

6.

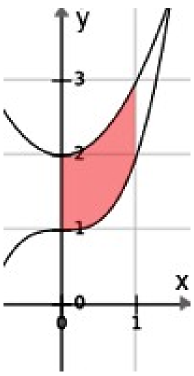
$$-\int_{-1}^{1}(x^2 - 2)dx = \left[\frac{x^3}{3} - 2x\right]_{-1}^{1} = -\left((\frac{1}{3} - 2) - (\frac{-1}{3} + 2)\right) = -\left(-1\frac{2}{3} - 1\frac{2}{3}\right) = 3\frac{1}{3}$$



Svar: Arean är $3\frac{1}{3}$ a.e

7.

$$\int_0^1(x^2 + 2)dx - \int_0^1(x^3 + 1)dx = \int_0^1(x^2 - x^3 + 1)dx = \left[\frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + x\right]_0^1 = \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + 1 = 1\frac{1}{12}$$



Svar: Arean är $1\frac{1}{12}$ a.e