Facit 5
Andragradsekvationer och Pythagoras sats

Du hittar förklaringar till uppgifterna i de animationer som finns under länken (rubriken) ”Andragradsekvationer och Pythagoras sats”.

1. a) En egyptisk triangel är en rätvinklig triangel där sidorna förhåller sig som 3:4:5, d v s sidorna kan t ex vara:
   3 m, 4 m och 5 m.
   12 dm, 16 dm och 20 dm.
   18 cm, 24 cm och 30 cm.

   b) Om man ska t ex klippa ett tygstycke i rät vinkel mot en av tygstyckets sidor kan man använda 3, 4, 5 mätning.

   c) Om de två diagonalerna i fyrhörningen är lika långa är alla vinklar 90^0 .

2. a) Antag att hypotenusan är x cm. Då ger Pythagoras sats:
   $10^2 + 24^2 = x^2$
   $100 + 576 = x^2$
   $\sqrt{676} = \sqrt{x^2}$
   $x = \pm 26$ Den negativa roten förkastas därför att $x>0$

   Svar: Hypotenusan är 26 cm.

   b) Antag att den andra kateten är x cm. Då ger Pythagoras sats:
   $5^2 + x^2 = 8^2$
   $25 + x^2 = 64$
   $\sqrt{x^2} = \sqrt{39}$
   $x = \pm\sqrt{39}$ Den negativa roten förkastas därför att $x>0$

   Svar: Den andra kateten är $\sqrt{39} \approx 6{,}245$ cm.

3. Om man slår $\sqrt{48}$ på en räknare får man med 3 decimaler $\sqrt{48} \approx 6{,}928$
   Faktoruppdelning ger $\sqrt{48} = \sqrt{16 \cdot 3} = 4 \cdot \sqrt{3} \approx 6{,}928$
   Faktoruppdelning ger $\sqrt{48} = \sqrt{4 \cdot 12} = 2 \cdot \sqrt{12} \approx 6{,}928$

© InformationsTeknologi, Sävar AB

4. Om man slår $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}}$ på en räknare får man $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}} \approx \frac{4{,}243}{1{,}414}$ = 3,001

$$\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{18}{2}} = \sqrt{9} = 3$$

$$\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{9 \cdot 2}}{\sqrt{2}} = \frac{3 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 3$$

Lägg märke till att om man direkt slår $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}}$ på en räknare och avrundar till 3 decimaler får man ett litet fel. Svaret är att x är exakt = 3, vilket man får om man använder räknereglerna.

5. a) Antag att kvadratens diagonal är x cm. Pythagoras sats ger:

$7^2 + 7^2 = x^2$

$49 + 49 = x^2$

$x = \pm\sqrt{98}$ Den negativa roten förkastas därför att x>0

Svar : Diagonalen är $\sqrt{98} \approx 9{,}899$ cm

Alternativ metod:
I en kvadrat med sidan a är diagonalen = $a \cdot \sqrt{2}$
Då blir diagonalen $7 \cdot \sqrt{2} \approx 9{,}899$ cm

b) Antag att kvadratens sidor är x cm. Pythagoras sats ger:

$x^2 + x^2 = 5^2$

$2x^2 = 25$

$x^2 = 12{,}5$

$x = \pm\sqrt{12{,}5}$ Den negativa roten förkastas därför att x>0

$x = \sqrt{12{,}5}$

Svar : Kvadratens sidor är $\sqrt{12{,}5} \approx 3{,}536$ cm

Alternativ metod:

I en kvadrat med diagonalen a är sidan = $\frac{a}{\sqrt{2}}$

Då blir diagonalen $\frac{5}{\sqrt{2}} \approx 5{,}536$ cm

© InformationsTeknologi, Sävar AB

6. Antag att rektangelns ena sida är x cm och den andra är (x+8) cm.

$x(x + 8) = 84$

$x^2 + 8x - 84 = 0$

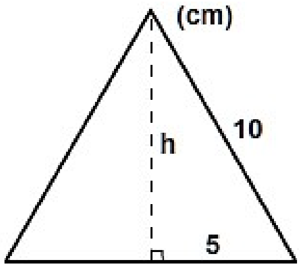
$x = -4 \pm\sqrt{16+84}$

$x_1 = 6$

$x_2 = -14$ Den negativa roten förkastas därför att x>0

Svar: Rektangelns sidor är 6 cm respektiver 14 cm.

7. Antagande enligt figur.



Pythagoras sats ger:

$h^2 + 5^2 = 10^2$

$h^2 = 100 – 25$

$h = \pm\sqrt{75}$ Den negativa roten förkastas därför att x>0

$h = \sqrt{75}$

Arean = $\frac{10\cdot\sqrt{75}}{2} = 5\cdot\sqrt{75}\approx 43{,}3$

Svar. Den liksidiga triangelns area är 43,3 cm^2

Alternativ metod:

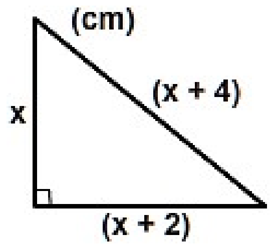
Höjden i en liksidig triangel med sidan a är $\frac{a\cdot\sqrt{3}}{2}$

Höjden = $5\cdot\sqrt{3}$

Arean = $\frac{10\cdot 5\cdot\sqrt{3}}{2} = 25\cdot\sqrt{3}\approx 43{,}3$

© InformationsTeknologi, Sävar AB

8. Antagande enligt figur.



Pythagoras sats ger:

$$x^2 + (x + 2)^2 = (x + 4)^2$$
$$x^2 + x^2 + 4x + 4 = x^2 + 8x + 16$$
$$x^2 - 4x - 12 = 0$$
$$x = 2 \pm\sqrt{4+12}$$

$x_1 = 6$

$x_2 = -2$ Den negativa roten förkastas därför att $x>0$

Svar: Den ena kateten är 6 cm
De andra kateten är 8 cm
Hypotenusan är 10 cm

© InformationsTeknologi, Sävar AB